آمار توصیفی:

هر مجموعه از افراد یا اشیاء که لااقل دارای یک صفت مشترک باشند را جامعه آماری گویند.

جامعه آماری ← صفت مشترک / ایرانی بودن ← افراد ایرانی

جامعه آماری ← صفت مشترک / دانشکده A ← دانشجویان دانشکده A

طول،قد،وزن،تاریخ تولد، اهل کدام شهر بودن ← صفت غیر مشترک / یا صفات متغییر ← دانشجویان دانشکده A

صفات آماری
- 1- صفات کیفی:گروه خون،رنگ چشم،مهارت کارگران
- 2- صفات کمی: طول،قد،وزن،تعداد افراد خانوار

نمایش جدولی و نموداری داده های کمی:

1- مرتب کردن و طبقه بندی کردن اطلاعات خام بدست آمده توسط مشاهده گر:جهت قابلیت تفسیر و تحلیل آماری

2- مرتب کردن داده های طبقه بندی شده از کوچک به بزرگ

طول عمر 25 لامپ بر حسب ساعت

داده ها ی مرتب نشده ⟶
100,101,97,104,102,110,103,106,110,104,103,98,105,100,109, 103,104,99,98,109,105,103,110,104,105

داده ها ی مرتب شده ⟶
97,98,98,99,100,100,101,102,103,103,103,103,104,104,104,104, 105,105,105,106,109,109,110,110,110

تشکیل جدول آماری

1- دامنه: عبارت است از اختلاف بزرگترین داده از کوچکترین داده که با حرف R نمایش میدهند.

$\boxed{R=X_n-X_1}$ **R=110-97=13**

2- با توجه به موضوع مورد بررسی،تابیین میگردد و معمولا تعداد طبقات را بین 5 الی 20 انتخاب میکنند.

N= تعداد داده ها

$\boxed{K=1+3.322\,LOG\,N}$

$\boxed{2^K \leqslant N<2^{K+1}} \Longrightarrow \mathbf{2^4 \leqslant N< 2^5 \Longrightarrow K=4}$

$\boxed{K=\sqrt{N}}$

3- فاصله یا عرض طبقات: از تقسیم دامنه بر تعداد طبقات با تقریب اضافی بدست می آید و آنرا با I یا C نشان میدهند.

$\boxed{I=\frac{R}{K}}$ $\mathbf{I=\frac{13}{4}=3.25=4}$

4- فراوانی: یعنی تعداد دفعات تکرار داده ها در آن طبقه و آنرا با f نمایش میدهند.

5- فراوانی نسبی: حاصل تقسیم فراوانی هر طبقه بر کل فراوانیها را فراوانی نسبی مینامیم و معمولا آنرا با r نمایش میدهیم.

6- عبارت است از مجموع فراوانی طبقات ماقبل و خود آن طبقه که آنرا با F یا Fc نمایش مدهند.

7- عبارت است از حاصل تقسیم فراوانی تجمعی هر طبقه بر کل فراوانیها و آنرا با \`F نمایش میدهند.

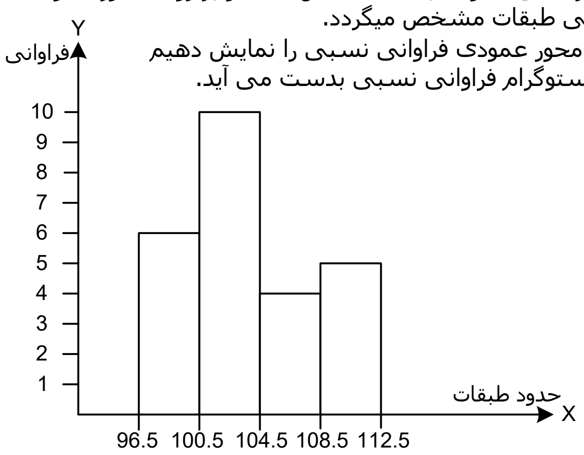
8- نماینده هر طبقه: عبارتست از میانگین کران بالا و پایین هر طبقه و آنرا با x یا \`x نمایش میدهند.

حدود طبقات	فراوانی f_i	نماینده هر طبقه $x\grave{}_i$	فراوانی نسبی r_i	F_i	فراوانی تجمعی نسبی $F\grave{}_i$
96.5 – 100.5	6	(96.5+100.5)/2 98.50	6/25=24% 24%	6	6/25=24% 24%
100.5 – 104.5	10	102.5	40%	16	64%
104.5 – 108.5	4	106.5	16%	20	80%
108.5 – 112.5	5	110.5	20%	25	100%=1
	Σ=25		**Σ= 1**		

بعلت بهتر شدن مقایسه مقدار 0.5 را به کران بالا و پایین هر طبقه اضافه میکنیم.(حدود طبقات)

انواع نمودارهای فراوانی

1- هیستوگرام فراوانی:
بر روی محور افقی حدود طبقات مشخص شده و بر روی محور عمودی مقدار فراوانی طبقات مشخص میگردد.
اگر بر روی محور عمودی فراوانی نسبی را نمایش دهیم ،نمودار هیستوگرام فراوانی نسبی بدست می آید.



2- نمودار دایره ای:

ابتدا طبق فرمول زیر مقدار قطاع اختصاصی به هر طبقه را بدست می آوریم سپس آنرا بر روی دایره مشخص میکنیم.

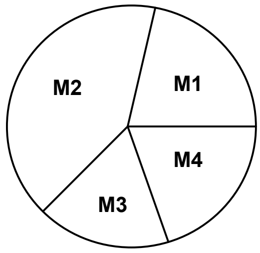
$\boxed{M_i=r_i\times 360^\circ}$

M1=(6/25)*360=86.4

M2=(10/25)*360=144

M3=(4/25)*360=57.5

M3=(5/25)*360=72

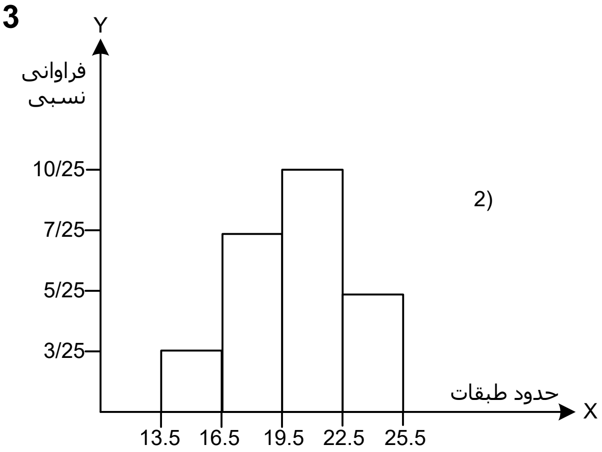


جدول مربوط به وزن 25 کودک 8 ساله برحسب کیلوگرم

1- محاسبه انواع فراوانی 2- رسم هیستوگرام فراوانی نسبی 3-وزن چند درصد کودکان 19.5 تا 22.5 کیلو گرم میباشد. 4-وزن چند درصد کودکان 17 الی 22.5 کیلو گرم میباشد؟5-وزن چند درصد کودکان 17 الی 24 کیلوگرم میباشد.

1)

حدود طبقات	f_i	r_i	F_i	$F\grave{}_i$	$x\grave{}_i$	$f_i\, x\grave{}_i$
13.5-16.5	3	12%	3	3/25	15	45
16.5-19.5	7	28%	10	10/25	18	126
19.5-22.5	10	40%	20	20/25	21	210
22.5-25.5	5	20%	25	25/25	24	120
	Σ=25					**Σ=501**



2)

3) 19.5-22.5=%40=(10/25)

4) 16.5-19.5=%28=(7/25) $\xrightarrow{17-22.5}$ %40+ $\frac{5*\%28}{6}$ =%40+%23.3=%63.3
19.5-22.5=(10/25)

5) 17-24 $\Longrightarrow$ (17-22.5)+(22.5-24)=%63+ $\frac{3*\%20}{6}$ =%63+%10=%73.3

میانگین:
عبارتست از مجموع داده ها تقسیم بر تعداد آنها و آنرا با $\bar{X}$ نمایش میدهند.

$$\boxed{\bar{X}=\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}}$$
← میانگین در داده های طبقه بندی نشده

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = x1+x2+......+x_n$$

$$1+2+3+...+n=\boxed{\frac{n(n+1)}{2}=\sum_{i=1}^{n} x_i}$$
فقط در مورد اعدادی که دارای تصاعد هستند.

$$\boxed{\bar{X}=\frac{\sum(f_i.x`_i)}{N} \quad N=\sum f_i} \qquad \boxed{\bar{X}=\sum(r_i.x`_i)}$$
$\Longrightarrow$ میانگین در داده های طبقه بندی شده

$$\bar{X}=\frac{\sum_{i=1}^{4}(fi)(x`i)}{\sum fi}=\frac{501}{25}=20.04$$

میانگین 10 عدد اول مجموعه اعداد طبیعی ؟ $\frac{n(n+1)}{2}=\frac{10(10+1)}{2}=\frac{55}{10}$

تذکر1: اگر به همه داده ها مقدار ثابت k اضافه شود به مینگین داده ها مقدار k اضافه میشود.(تغییر از مبداء)

$$\boxed{\bar{X}_{old} \Longrightarrow \bar{X}_{new}=k+\bar{X}_{old}}$$

$\bar{X}=55 \Longrightarrow \bar{X}=k+55$
در ارتباط با مثال مجموعه اعداد

تذکر2- اگر هر داده را در مقدار ثابت K ضرب کنیم ،آنگاه میانگین داده ها در مقدار ثابت K ضرب میشود.(تغییر مقیاس)

$$\boxed{\bar{X}_{old} \Longrightarrow \bar{X}_{new}=k.\bar{X}_{old}}$$

مثال:میانگین یک جامعه آماری یکبار با استفاده از داده های خام و بار دیگر با استفاده از جدول فراوانی محاسبه شده است.اگر بار اول به عدد S1 و بار دوم به عدد S2 رسیده باشیم کدام یک از موارد زیر معمولا صادق است؟

1)S1=S2 2)S1>S2 3)S1<S2 4)S1≠S2

چون میانگین تقریبی است پس گزینه اول حتما اشتباه است،و ما نمیدانیم کوچکتر یا بزرگتر است پس گزینه چهارم صحیح است.

میانه: med
میانه داده ایست که داده های مرتب شده را به دو قسمت تقسیم میکند.

$$\tilde{X}=\begin{cases} x(\frac{n+1}{2}) & \text{اگر n فرد باشد} \\ \dfrac{x(\frac{n}{2})+x(\frac{n}{2}+1)}{2} & \text{اگر n زوج باشد} \end{cases}$$
میانه برای داده های طبقه بندی نشده

$$1,2,3,4,5 \Longrightarrow \tilde{x}=(\frac{5+1}{2})=\tilde{x}_3=3$$

$$1,2,3,4,5,6,7,8 \Longrightarrow \tilde{x}=\frac{x(\frac{8}{2})+x(\frac{8}{2}+1)}{2}=\frac{x4+x5}{2}=\frac{3+4}{2}=3.5$$

میانه لزوما جزء مشاهدات نیست

$$\boxed{\tilde{X}=L_{med}+\frac{\frac{N}{2}-Fc}{f}\times I}$$
میانه برای داده های طبقه بندی شده

N= تعداد داده ها
Fc= فراوانی تجمعی طبقه ماقبل طبقه میانه دار
f= فراوانی طبقه میانه دار
L= حد پایین طبقه میانه دار
I= عرض طبقات

حدود طبقات	f_i	F_i	
x<2	20	20	
2-4	45	65	
4-6	65	130	→ انتخاب مد
6-8	60	190	→ انتخاب میانه
8-10	50	240	
10-13	40	280	
x ⩾12	20	300	

N=300

$\frac{N}{2}=150 \Rightarrow 190 \geqslant \frac{N}{2}$ $\boxed{F_i \geqslant \frac{N}{2}}$

$$\tilde{x}=6+\frac{150-130}{60}\times 2=6.67$$

چون کران بالا و پایین مشخص نیست نمیشود میانگین گرفت

مد یا نما: mod
عبارت است از مشاهده یا داده ای که بیشترین فراوانی را دارد.

$1,2,2,2,3,8,7,9,10 \Longrightarrow \hat{x}=2$ برای داده های طبقه بندی نشده

$$\boxed{\hat{X}=L_{mod}+\frac{d1}{d1+d2}\times I}$$
برای داده های طبقه بندی شده

I= عرض طبقات
L= حد پایین طبقه مد دار
d1= اختلاف فراوانی طبقه مد دار با فراوانی طبقه ماقبل
d2= اختلاف فراوانی طبقه مد دار با فراوانی طبقه مابعد

$$\hat{x}=4+\frac{(65-45)}{(65-45)+(65-60)}\times 2=5.6$$

مقایسه میانگین،میانه و مد:

1- میانگین بر خلاف میانه و مد مبتنی بر کلیه داده ها است و با تغییر هر داده مقدارش تغییر میکند.

2- میانگین از میانه و مد پایدارتر است (با تغییر نمونه، تغییرات میانگین کمتر از تغییرات میانه و مد میباشد.)

$\hat{x}=2$ 1,2,2,3,4,5 $\bar{x}=\frac{1+2+2+3+4+5}{6}=2.83$

$\hat{x}=8$ 1,8,8,3,4,5 $\bar{x}=\frac{1+8+8+3+4+5}{6}=4.83$

3- زمانیکه داده پرت داشته باشیم از میانگین استفاده نمیکنیم و میانه داده ها موقعیت مرکز را بهتر نشان میدهد.

4- در مواقعی که ابتدا و انتهای داده های یک جامعه در دسترس نباشد،میانه ترجیح داده میشود(در این مواقع میانگین قابل محاسبه نیست.)

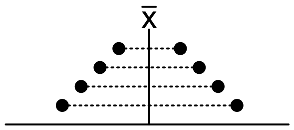
$$\sum_{i=1}^{n} 1 = 1+1+\ldots=n$$

$$\sum_{i=1}^{n} C = C\sum_{i=1}^{n} 1$$

$$\sum_{i=1}^{n}(a \pm b) = \sum_{i=1}^{n} a \pm \sum_{i=1}^{n} b$$

مجموع جبری انحراف داده ها از میانگین برابر صفر می باشد.

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})=0$$



$$(\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}) \Rightarrow \sum_{i=1}^{n} x_i = n\bar{x}$$

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x}) = \sum_{i=1}^{n} x_i - \sum_{i=1}^{n}\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i - \bar{x}\sum_{i=1}^{n} 1 = \sum_{i=1}^{n} x_i - n\bar{x} = n\bar{x} - n\bar{x} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} f_i(x_i-\bar{x})=0$$

$$\sum_{i=1}^{n} f_i = N \quad \bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i x_i}{N}$$

$$\sum_{i=1}^{n} f_i(x'_i-\bar{x}) = \sum_{i=1}^{n}(f_i x'_i - f_i\bar{x}) = \sum_{i=1}^{n} f_i x'_i - \sum_{i=1}^{n} f_i\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} f_i x'_i - \bar{x}\sum_{i=1}^{n} f_i = N\bar{x} - N\bar{x} = 0$$

شاخصهای پراکندگی:

1- دامنه تغییرات: برای داده های مرتب شده فاصله بین بزرگترین داده و کوچکترین داده را دامنه تغییرات گویند.

$$R = X_n - X_1$$

علی رغم محاسبه ساده دامنه غالبا در جوامع آماری وجود مقادیر پرت(خیلی بزرگ یا خیلی کوچک) مانع از آن است که دامنه معرف میزان واقعی پراکندگی داده ها باشد.

2- واریانس: میانگین توان دوم انحرافها از میانگین را واریانس مینامند.

$1,2,3,4,5,\ldots,10 \quad \bar{x}=5.5$

$(1-5.5)+(2-5.5)+(3-5.5)+(4-5.5)+(5-5.5)+(6-5.5)+(7-5.5)+(8-5.5)+(9-5.5)+(10-5.5)=0$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n}$$ واریانس جامعه

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}{n-1}$$ واریانس نمونه و تخمین

فرمول برای داده های طبقه بندی نشده

انحراف معیار=مجذور واریانس

فرمول برای داده های طبقه بندی شده

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i(x'_i-\bar{x})^2}{N}$$ واریانس جامعه

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i(x'_i-\bar{x})^2}{N-1}$$ واریانس نمونه

$$\sigma^2 = \frac{1}{N}\left[\sum_{i=1}^{n}(f_i.x'^2_i) - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n}(f_i.x'_i)\right)^2}{N}\right]$$

$$s^2 = \frac{1}{N-1}\left[\sum_{i=1}^{n}(f_i.x'^2_i) - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n}(f_i.x'_i)\right)^2}{N}\right]$$

فرمولهای ساده شده واریانس جامعه و نمونه

جدول زیر مدت زمان حل یک مسئله بر حسب دقیقه را برای 100 دانشجو نشان میدهد ،واریانس مدت زمان حل مسئله چه مقدار میباشد.؟

دسته ها	fi	x`i	fi.x`i	$(x`i)^2$	$fi(x`i)^2$
0-4	5	2	10	4	20
4-8	20	6	120	36	720
8-12	50	10	500	100	5000
12-16	20	14	280	196	3920
16-20	5	18	90	324	1620
	100		1000		11280

$$\sigma^2 = \frac{1}{100}\left[11280 - \frac{(1000)^2}{100}\right] = 12.8$$

چون واریانس یک شاخص با بعد دوم است(بتوان 2) از اینرو جذر مثبت آنرا انحراف از معیار میگویند.

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \qquad s = \sqrt{s^2}$$

اگر به تمام واحدها مقدار ثابت k اضافه شود مقدار واریانس و انحراف از معیار تغییر نخواهد کرد.(مستقل از تغییر مبداء)

$$Var = \frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n} \xrightarrow{+k} \frac{(x_i+k-(\bar{x}+k))^2}{n} = \frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n}$$

اگر هر داده را در عدد ثابت d ضرب کنیم آنگاه واریانس داده ها d^2 برابر خواهد شد.

$$Var = \frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n} \xrightarrow{\times b} \frac{\sum(bx_i-b\bar{x})^2}{n} = \frac{\sum b^2(x_i-\bar{x})^2}{n} = b^2\frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n}$$

اگر انحراف معیار (یا واریانس) برابر صفر باشد آنگاه مقدار داده ها با هم برابر خواهد بود.

$$Var = \frac{\sum(x_i-\bar{x})^2}{n} = 0 \Rightarrow \sum(x_i-\bar{x})^2 = 0$$

$$(x_1-\bar{x})+(x_2+\bar{x})+(x_3-\bar{x})+\ldots+(x_n-\bar{x})=0 \Rightarrow \begin{cases} x_1-\bar{x}=0 \Rightarrow x_1=\bar{x} \\ x_2-\bar{x}=0 \Rightarrow x_2=\bar{x} \\ \vdots \\ x_n-\bar{x}=0 \Rightarrow x_n=\bar{x} \end{cases}$$

$$\Longrightarrow x_1=x_2=\ldots\ldots=x_n$$

مثال: انحراف معیار x1,x2,x3,10 مساوی صفر میباشد. میانگین اعداد x1,x2,x3,30 چقدر میباشد.؟

x1,x2,x3,10

$S=10 \Rightarrow (x_1=x_2=x_3=10)$

x1,x2,x3,30

$$\bar{x} = \frac{10+10+10+30}{4} = 15$$

Bay

تبدیل یا جایگشت

سه کتاب با عناوین A,B,C را در یک قفسه کنار هم قرار میدهیم صورتهای ممکن را بحالتهای مختلف ذکر شده زیر مینویسیم..

A	B	C	A,B,C
	C	B	A,C,B
B	A	C	B,A,C
	C	A	B,C,A
C	A	B	C,A,B
	B	A	C,B,A

مجموعا 6 حالت =3!

چند عدد چهار رقمی با اعداد 1،2،3،4میتوان نوشت؟

تکرار مجاز نیست(حالت پیش فرض) $4!=24$

اصل ضرب:هرگاه یک عمل را با n راه مختلف و عمل دیگر را با m حالت مختلف بتوان انجام داد،در آنصورت تعداد حالاتی که میتوان این دو عمل را با هم انجام داد برابر است با$m\times n$

دو تاس همگن (احتمال در پرتاب =1/6) را پرتاب میکنیم تعداد حالات ممکن چقدر است؟

$6*6=36$

دو تاس با دو سکه را با هم پرتاب میکنیم تعداد حالات ممکن چقدر است؟

$6*6*2*2=124$

تعداد ارقام چهار رقمی که با اعداد 5،3،7،8 میتوان نوشت چقدر است؟

تکرار مجاز است $4*4*4*4=256$

تکرار مجاز نیست $4!=24$

تعداد اعداد زوج سه رقمی که با ارقام 3،2،4 میتوان نوشت؟
تکرار مجاز نیست

حالت اول P1=

P2	P3	P1		
2	1	2	$2*2*1=4$	زوج
2	1	1	$2*1*1=2$	فرد

تعداد اعداد چهار رقمی که با ارقام 0،2،3،5میتوان نوشت؟

P1	P2	P3	P4	
3	3	2	1	$3*3*2*1=18$

تعداد اعداد زوج چهار رقمی که با ارقام 5،4،0،2میتوان نوشت؟

P2	P3	P4	P1	
3	2	1	1	$3*2*1*1=6$ اگر 0 در یکان جایگزین شود

$8+6=14$

P2	P3	P4	P1	
2	2	1	2	$2*2*1*2=8$ اگر 2،4 در یکان جایگزین شود

تعداد ارقام 5 رقمی کوچکتر از 50000که با ارقام 2،3،4،8،7میتوان نوشت؟

P1	P2	P3	P4	P5	
3	4	3	2	1	$3*4*3*2*1=72$

تعداد ارقام 5 رقمی زوج و کوچکتر از 50000که با ارقام 2،3،4،8،7میتوان نوشت؟

P2	P3	P4	P5	P1	
3	3	2	1	1	$3*3*2*1*1=18$ اگر 8 در یکان جایگزین شود
2	3	2	1	2	$2*3*2*1*2=24$ اگر 2،4 در یکان جایگزین شود

$18+24=42$

عدد 8 اشتراک زوج بودن و ضمنا در جایگاه ده هزار گان قرار نگرفتن است.

فاکتوریل:

حاصلضرب اعداد طبیعی کوچکتر و مساوی n در یکدیگر راگویند و با نماد n! نمایش میدهند.

$$\boxed{\begin{array}{c} n!=n(n-1)(n-2)......(1) \\ n!=n(n-1)! \\ 0!=1 \quad 1!=1 \end{array}}$$

$$\frac{100!}{2!*98!}=\frac{100*99*98!}{2*1*98!}=50*99=4950$$

$$\frac{(n-1)!}{(n-2)!}=\frac{(n-1)*(n-2)!}{(n-2)!}=n-1$$

$$(x^2-2x)!=1 \begin{cases} x^2-2x=0 \Rightarrow x(x-2)=0 \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases} \\ x^2-2x=1 \Rightarrow x^2-2x-1=0 \;\text{——}\; \frac{2+\sqrt{8}}{2} \;\&\; \frac{2-\sqrt{8}}{2} \end{cases}$$

$$\frac{(n-1)!}{2!*(n-3)!}=28 \Rightarrow \frac{(n-1)(n-2)(n-3)!}{2*1(n-3)!}=28 \Rightarrow (n-1)(n-2)=56 \Rightarrow (n-1)(n-2)=8*7$$

$$\begin{cases} n-1=8 \\ n-2=7 \end{cases} \Rightarrow n=9$$

$$([x]-5)!=6 \Rightarrow [x]-5=3 \Rightarrow [x]=8 \Rightarrow x=8$$

چند عدد 5 رقمی میتوان نوشت که عدد یکان و ده هزار گان آن فرد بوده و سایر ارقام زوج باشد؟

P2	P3	P4	P5	P1	
4	5	4	3	5	$4*5*4*3*5=1200$

تبدیل: P

اگر مجموعه ای از n شی در اختیار داشته باشیم هر آرایش خطی متشکل از r تا از این اشیاء را یک جایگشت یا تبدیل rشی از این nشی میگوئیم.

$$\boxed{\begin{array}{c} P(n,r)=\frac{n!}{(n-r)!} \\ r<n \end{array}}$$

تعداد حالاتی که 2 کتاب از 4 کتاب مختلف رامیتوان در یک قفسه کنار هم قرار داد چه تعداد میباشد؟

$$P(4,2)=\frac{4!}{(4-2)!}=12$$

چند عدد چهار رقمی با استفاده از ارقام 1،2،3،4،5،6می توان نوشت؟

$$P(6,4)=\frac{6!}{(6-4)!}=360$$

$$P(n,n-1)=n! \Rightarrow \frac{n!}{(n-n+1)!}=\frac{n!}{1!}=n!$$

$$P(n,1)=n! \Rightarrow \frac{n!}{(n-1)!}=\frac{n(n-1)!}{(n-1)!}=n$$

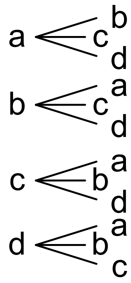
$$n*P(5,3)=P(7,5) \Rightarrow \frac{n*5!}{2!}=\frac{7!}{2!} \Rightarrow n=\frac{7!}{5!}=42$$

$$\frac{P(n,4)}{20}=P(n,2) \Rightarrow \frac{n!}{20*(n-4)!}=\frac{n!}{(n-2)!} \Rightarrow n^2-5n+6=20$$

$$\Rightarrow (n-2)(n-3)=20 \Rightarrow \begin{cases} n-2=5 \\ n-3=4 \end{cases} \Rightarrow n=7$$

ترکیب:

یک ترکیب r شی از n شی متمایز عبارتست از انتخاب r شی از این اشیاء بدون جایگذاری مجدد و بدون در نظر گرفتن ترتیب آنها



تعداد ترکیبهای 2 کتاب از میان 4 کتاب

ab-ac-ad-~~ba~~-bc-bd-~~ca~~-~~cb~~-cd-~~da~~-~~db~~-~~dc~~

$\binom{4}{2}=6$ 6 حالت

$$\boxed{\binom{n}{r}=C^n_r=\frac{n!}{r!(n-r)!}}$$

به چند دلیل میتوان یک کمیته 5 نفری از میان 9 نفر انتخاب کرد؟ $\binom{9}{5}=126$

$\binom{n}{0}=1$

$\binom{n}{1}=n$

$\binom{n}{n}=1$

$\binom{n}{n-r}=\binom{n}{r}\Longrightarrow\frac{n!}{(n-r)!(n-n+r)!}=\frac{n!}{r!(n-r)!}=\binom{n}{r}$

$\binom{n}{2}=\frac{n(n-1)}{2}\Longrightarrow\frac{n!}{2!(n-2)!}=\frac{n(n-1)(n-2)!}{2!(n-2)!}=\frac{n(n-1)}{2}$

به چند دلیل مختلف میتوان یک کمیته3 نفری از میان 4 زوج تشکیل داد بطوریکه 1- محدودیتی در کار نباشد 2- دو زن و یک مرد عضو کمیته باشند؟

1) $\binom{8}{3}=56$

2) $\binom{4}{2}\binom{4}{1}=6*4=24$

$\binom{n}{r}=\frac{P(n,r)}{r!}\xRightarrow[P(n,r)=60]{\binom{n}{r}=10}10=\frac{60}{r!}\Longrightarrow r!=6\Longrightarrow r=3$

$P(n,r)\quad\frac{n!}{(n-3)!}\xRightarrow[P(n,r)=60]{\binom{n}{r}=10}\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!}=60$

$\Longrightarrow n(n-1)(n-2)=5*4*3\Longrightarrow n=5$

تعداد زیر مجموعه های 2 عضوی یک مجموعه 4 عضوی چند تاست؟

$\binom{4}{2}=6$

اگر تعداد زیر مجموعه های سه عضوی یک مجموعه با تعداد زیر مجموعه های 5 عضوی آن مجموعه برابر باشد این مجموعه چند زیر مجموعه 2 عضوی دارد؟

$\binom{n}{3}=\binom{n}{5}\xRightarrow{\binom{n}{n-r}=\binom{n}{r}}n-5=3\Longrightarrow$

$\binom{8}{2}=\frac{n(n-1)}{2}\Longrightarrow=\frac{8*7}{2}=28$

اگر تعداد زیر مجموعه های دو عضوی یک مجموعه با تعداد زیر مجموعه های سه عضوی آن برابر باشد،این مجموعه چند زیر مجموعه سه عضوی شامل عضو خاص میباشد.؟

$\binom{n}{3}=\binom{n}{2}\Longrightarrow n-3=2\Longrightarrow n=5$

اگر فرض کنیم a3 عضو خاص باشد 4 عضو از مجموعه M باقی میماند. M={a1,a2,~~a3~~,a4,a5}

از مجموعه سه عضوی 2 عضو باقی میماند M`={?,a3,?}

$\Longrightarrow\binom{4}{2}=6$

به چند طریق میتوان از بین 10 نفر کارمند یک اداره،یک رئیس یک معاون و یک خزانه دار انتخاب کرد بطوریکه هر شخص بیش از یک سمت نداشته باشد؟

با توجه به عناوین ترتیب قرارگیری اهمیت دارد. P(10,3)=720

$\binom{x}{2}=2x\Longrightarrow\frac{x(x-2)}{2}=2x\Longrightarrow x-1=4\Longrightarrow x=5$

$\binom{n}{r}=\binom{n-1}{r}+\binom{n-1}{r-1}$ $\underbrace{\square\,\square\,\square\cdots\cdots\square}_{n-1}\ \underbrace{\boxtimes}_{1}$

$\binom{n-1}{r}+\binom{n-1}{r-1}\binom{1}{1}$

$\binom{n}{r}=\binom{n-3}{r}+3\binom{n-3}{r-1}+3\binom{n-3}{r-2}+\binom{n-3}{r-3}$ $\underbrace{\square\,\square\,\square\cdots\cdots\square}_{n-3}\ \underbrace{\boxtimes\,\boxtimes\,\boxtimes}_{3}$

احتمال:

احتمال:آزمایش تصادفی:اگر نتیجه آزمایشی را به قطعیت نتوان بیان کردیا دقیقا قابل پیش بینی نباشد به آن آزمایش تصادفی گویند.

مثلا در پرتاب یک تاس قابل پیش بینی نیست که کدام وجهی می آید.

فضای نمونه ای:مجموعه همه نتایج ممکن از یک آزمایش تصادفی را فضای نمونه ای گویند. و آنرا با S نمایش میدهند.

در پرتاب تاس S={1,2,3,4,5,6} در پرتاب سکه S={T,H}

پیش آمد:هر زیر مجموعه از فضای نمونه ای را یک پیش آمد گویند.

در پرتاب یک تاس پیش آمد های زیر را مشخص کنید؟1-پیش آمد رو شدن عدد بزرگتر از 10 2-پیش آمد رو شدن عدد کوچکتر از 8 3-پیش آمد رو شدن اعداد اول (طبق قرار داد عدد اول نیست)

1) = ϕ

2) = {1,2,3,4,5,6}

3) = {2,3,5}

در پرتاب یک تاس و یک سکه با هم چند پیش آمد وجود دارد؟

2*6=12 حالت

تعداد زیر مجموعه ها $2^{12}=4096$

در یک کیسه8 مهره سفید متمایز و 5 مهره سیاه متمایز است چنانچه 2 مهره به تصادف خارج کنیم؟ 1- فضای نمونه ای چند عضو دارد 2-پیش آمد اینکه 2 مهره سفید باشد چند عضو دارد 3-پیش آمد اینکه یک مهره سفید و یک مهره سیاه باشد چند عضو دارد؟

1) $n(s)=\binom{13}{2}=78$

2) $n(A)=\binom{8}{2}=28$

3) $n(A)=\binom{8}{1}\binom{5}{1}=8*5=40$

اگر A یک پیش آمد از فضای نمونه ای S باشد احتمال پیش آمد A برابر است

احتمال با متغیرهای گسسته ← $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$ ← پیش آمد / ← نمونه

متغیرهای گسسته قابل شمارش هستند

اگر فضای نمونه ای پیوسته باشد از کمیتهای دیگری نظیر طول،سطح،حجم و غیره استفاده میشود.

با ارقام 1،2،3 به تصادف یک عدد سه رقمی بدون تکرار ساخته ایم،احتمال اینکه 1- عدد حاصل کوچکتر از 200 باشد 2-عدد حاصل مضرب سه باشد 3- عدد حاصل مضرب 5 باشد 4- عدد حاصل زوج باشد؟

$n(S)=3!=6$

1) $n(A)=1*2*1=2 \Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}=\%33$

2) $P(B)=\frac{6}{6}=1=\%100$

3) $P(C)=\frac{0}{6}=0$

4) $n(D)=2*1*1=2 \Rightarrow P(D)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}=\%33$

چهار نفر به نامهای حسین،حسن،نقی و کریم به تصادف در یک سطح می ایستند احتمال اینکه 1-حسن اول بایستد 2-حسین بلافاصله بعد از حسن بایستد 3-حسین و حسن کنار هم باشند؟

$n(S)=4!=24$

1) $n(A)=3!=6 \Rightarrow P(A)=\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$ $\quad n(A)=1*3*2*1=6$

2) $n(B)=3!=6$ حسین حسن تقی کریم $P(B)=\frac{6}{24}=\frac{1}{4}$

3) $n(C)=3!*2!=12$ حسین حسن تقی کریم $P(C)=\frac{12}{24}=\frac{1}{2}$

در یک کارخانه لامپ سازی تعداد تولید روزانه لامپ 120 واحد میباشداگر چنانچه 10درصد از لامپهای تولید شده روزانه معیوب باشد. احتمال اینکه در یک بسته 10 تایی سه لامپ معیوب باشد چه مقدار میباشد؟

A= پیشامد اینکه در یک دسته 10 تایی 3 لامپ معیوب باشد

$120-12=108$ لامپ سالم $\qquad 10\%*120=12$ لامپ معیوب

لامپهای سالم در بسته 10 تایی ← $\binom{12}{3}$ ، $\binom{108}{7}$ → لامپهای سالم در بسته 10 تایی

$$P(A)=\frac{\binom{12}{3}\binom{108}{7}}{\binom{120}{10}}$$

لامپهای سالم و معیوب در بسته 10 تایی

اصول احتمال:

اگر A پیشامدی از فضای نمونه ای S باشد آنگاه

1) $1 \geq P(A) \geq 0 \qquad P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

2) $P(S)=1 \qquad P(S)=\frac{n(S)}{n(S)}$ احتمال پیشامد فضای نمونه ای 1میباشد.

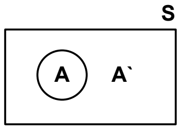
پیشامدهای 2 به 2 ناسازگار $\binom{n}{2}$

3) if $(A1,A2,A3,....,An) \Rightarrow P(A1 \cup A2 \cup ....\cup An)$

$(Ai \cap Aj=\emptyset) \qquad =P(A1)+P(A2)+.....+P(An)$

قوانین احتمال:

1-احتمال متمم یک پیشامد مانند برابر است با



$n(A)+n(A`)=n(S) \Rightarrow \frac{n(A)}{n(S)}+\frac{n(A`)}{n(S)}+\frac{n(S)}{n(S)}$

$\Rightarrow P(A)+P(A`)=1 \Rightarrow P(A`)=1-P(A)$

نسبت احتمال آمدن باران به نیامدنش 2 میباشد، احتمال آمدن باران چقدر میباشد؟

P(A)= آمدن باران

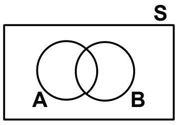
P(A`)= نیامدن باران

$\frac{P(A)}{P(A`)}=2 \Rightarrow \frac{P(A)}{1-P(A)}=2 \Rightarrow P(A)=\frac{2}{3}$

2- اگر A و B دو پیشامد باشند. $A \subseteq B \Rightarrow P(A) \leqslant P(B)$

$$A \subseteq B \Rightarrow n(A) \leqslant n(B) \Rightarrow \frac{n(A)}{n(S)} \leqslant \frac{n(B)}{n(S)} \Rightarrow P(A) \leqslant P(B)$$

2- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند.



$P(AUB)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)$

$\frac{n(AUB)}{n(S)}=\frac{n(A)}{n(S)}+\frac{n(B)}{n(S)}-\frac{n(A \cap B)}{n(S)}$

$P(AUBUC)=P(A)+P(B)+P(C)-P(A \cap B)-P(A \cap C)-P(B \cap C)+P(A \cap B \cap C)$

B پسر بچه وG دختر بچه میخواهند در یک صف بایستند مطلوب است احتمال اینکه در جایگاه iام دختر بچه قرار گیرد؟

A= پیشامد اینکه در جایگاه iام یک دختر بچه قرار گیرد.

$n(A)=\binom{G}{1}(B+G-1)!$

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{\binom{G}{1}(B+G-1)!}{(B+G)!}=\frac{G(B+G-1)!}{(B+G-1)!(B+G)}=\frac{G}{(B+G)}$$

در پرتاب 2 تاس احتمال اینکه عدد ظاهر شده تاس اول بزرگتر از عدد ظاهر شده تاس دوم باشد؟

6= تعداد تاس مساوی

$n(S)=6*6=36 \Rightarrow$ 15=عدد تاس بزرگتر از تاس بعدی

15= عدد تاس کوچکتر از تاس بعدی

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{15}{36}$

در پرتاب 2 تاس احتمال اینکه مجموع اعداد ظاهر شده برابر i باشد؟

$i=2,3,.......,12 \Rightarrow i=(1+1),(2+1),(3+1),......,(6+6)$

$P(i=2)=\frac{1}{36}$ → (1,1)

$P(i=3)=\frac{2}{36}$ → (1,2) (2,1)

$P(i=4)=\frac{3}{36}$ → (1,3) (3,1) (2,2)

$P(i=12)=\frac{1}{36}$ → (6,6)

$$P(i)=\frac{6-|i-7|}{36}$$

S_∞ جمع تصاعد هندسی

a1 جمله اول سری هندسی

q تقسیم دو عدد پشت سر هم

$S_\infty=\frac{a1}{1-q}$ $\quad q<1$ $\quad q=\frac{1}{2}$

$2+1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+....... \Rightarrow S_\infty=\frac{2}{1-\frac{1}{2}}=4$

تاسی به گونه ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر وجه آن متناسب با عددی است که روی آن نوشته شده است اگر A={2,3,5} وB={2,4,6} باشد مطلوب است 1- احتمال پیشامد هر وجه 2-احتمال پیش آمد های A-B و A ∩ B و AUB

X= احتمال آمدن عدد 1 در پرتاب تاس

2X= احتمال آمدن عدد 2 در پرتاب تاس

3X= احتمال آمدن عدد 3 در پرتاب تاس

⋮

$X+2X+3X+...+6X=1 \Rightarrow X=\frac{1}{21}$

$2X=\frac{2}{21}$

$3X=\frac{3}{21}$

2) $A \cap B=\{2\} \Rightarrow P(A \cap B)=\frac{2}{21}$

$P(A \cup B)=\frac{2+3+4+5+6}{21}=\frac{20}{21}$

$P(AUB)=P(A)+P(B)-P(A \cap B)=\frac{10}{21}+\frac{12}{21}-\frac{2}{21}=\frac{20}{21}$

$P(A-B)=P(A)-P(A \cap B)=\frac{10}{21}-\frac{2}{21}=\frac{8}{21}$

در کیسه ای 5 مهره سفید متمایز و 8 مهره سیاه متمایز موجود میباشد،یک مهره به تصادف بیرون آورده و بدون نگاه کردن به رنگ آن ،آن را کنار می گذاریم سپس مهره دومی را بیرون می آوریم ، احتمال آنکه مهره دوم سفید باشد چه مقدار می باشد؟

5 W
8 B

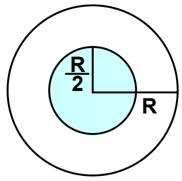
پیشامد اینکه مهره دوم انتخاب سفید باشد. w2

$$\underbrace{\overset{\text{انتخاب اول}}{\frac{\binom{5}{1}}{\binom{13}{1}}}\times\overset{\text{انتخاب دوم}}{\frac{\binom{4}{1}}{\binom{13}{1}}}}_{\text{فرض مهره اول سفید باشد}}+\underbrace{\overset{\text{انتخاب اول}}{\frac{\binom{8}{1}}{\binom{13}{1}}}\times\overset{\text{انتخاب دوم}}{\frac{\binom{5}{1}}{\binom{13}{1}}}}_{\text{فرض مهره اول سیاه باشد}}=\frac{5}{13}$$

احتمال در فضاهای پیوسته:

درمورد فضاهای پیوسته از کمیتهایی نظیر طول،سطح و حجم استفاده میکنیم

نقطه ای به تصادف درون دایره ای به شعاع R در نظر گرفته ایم احتمال آنکه به مرکز دایره نزدیکتر باشد تا شعاع دایره چقدر است؟

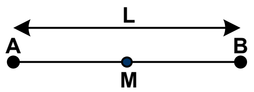


$$P=\frac{\text{مساحت دایره کوچکتر}}{\text{مساحت دایره بزرگتر}}=\frac{S(\frac{R}{2})}{S(R)}=\frac{\pi(\frac{R}{2})^2}{\pi R^2}=\frac{1}{4}$$

اگر در سئوال فاصله تا محیط دایره و تا مرکز یکسان بود آنوقت محیط دایره کوچکتر برابر با فرمول زیر میشود که تمکان پذیر نیست.

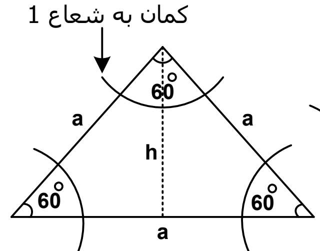
$$\frac{\text{محیط یک بعدی}}{\text{محیط دو بعدی}}=\frac{\text{محیط}}{\text{مساحت}}=\frac{2\pi R}{\pi R^2}=0$$ امکان پذیر نیست

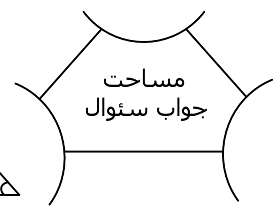
نقطه ای به تصادف روی پاره خطAB در نظرگرفته شده ،احتمال آنکه این نقطه به A نزدیکتر باشد تاB چقدر است؟



$$P=\frac{\text{طول پاره خط } AM}{\text{طول پاره خط } AB}=\frac{\frac{L}{2}}{L}=\frac{1}{2}$$

نقطه ای به تصادف درون مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع a در نظر گرفته ایم احتمال آنکه فاصله این نقطه از رئوس مثلث بیشتر از 1 باشد چیست؟





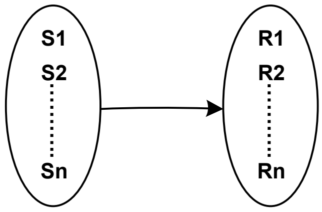
$$\underbrace{60^\circ+60^\circ+60^\circ=180^\circ}\qquad h=a.\sin60=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{مساحت مثلث}=\frac{1}{2}\text{ قاعده}\times\text{ارتفاع}=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$P=\frac{\text{مساحت قسمت هاشور خورده}}{\text{مساحت کل مثلث}}=\frac{\text{مساحت کل مثلث}-\text{مساحت نیم دایره}}{\text{مساحت کل مثلث}}=\frac{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}-\frac{\pi(1)^2}{2}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{4}}$$

متغییر تصادفی:

اگر به هر عضو فضای نمونه ای عدد حقیقی را نسبت دهیم،تابعی از فضای نمونه ای Sبر اعداد حقیقی تعریف کرده ایم.این تابع را با Xنمایش داده و به آن متغییر تصادفی گوئیم.



$X(S1)=R1$

$X(S2)=R2$

$\vdots$

$X(Sn)=Rn$

در پرتاب سه سکه تعداد شیرهای ظاهر شده را با یک متغییر تصادفی در نظر میگیریم.

X= تعداد شیرهای ظاهر شده در پرتاب سه سکه

$X=0,1,2,3$

در پرتاب دو تاس مجموع اعداد ظاهر شده را با یک متغییر تصادفی در نظر میگیریم.

X= مجموع اعداد ظاهر شده در پرتاب دو تاس

$X=2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12$

تابع جرم احتمال:

اگر به هر یک از مقادیر x1,x2,.........xn مقدار احتمال آنرا نسبت دهیم ،یعنی$P(X=x_i)=P_i$ آنرا تابع جرم احتمال گویند که دارای دو خاصیت میباشد.

1) $0\leqslant P_i\leqslant 1$ 2) $\sum_{\forall i} P_i=1$ $\forall i=$ به ازای همه ها

مثال:سه سکه همگن را پرتاب میکنیم و متغییر تصادفی را تعداد شیر های آمده در سه پرتاب سکه در نظر میگیریم،تابع جرم احتمال این مسئله را بنویسید؟

S={(T,T,T),(H,T,T),(T,H,T),(T,T,H),(H,H,T),(H,T,H),(T,H,H),(H,H,H)}

$X=0,1,2,3$

$$P=(X=x_i)=f(x)=\begin{cases}\frac{1}{8} & x1=0 \Longrightarrow P(X=0)=\frac{1}{8}\\ \frac{3}{8} & x2=1 \Longrightarrow P(X=1)=\frac{3}{8}\\ \frac{3}{8} & x3=2 \Longrightarrow P(X=2)=\frac{3}{8}\\ \frac{1}{8} & x4=3 \Longrightarrow P(X=3)=\frac{1}{8}\end{cases}$$

مثال:در کیسه ای 5 مهره سفید و 4 مهره سیاه متمایز موجود میباشد،سه مهره به تصادف اختیار میکنیم اگر چنانچه تعداد مهره های سفید استخراج شده را بعنوان متغییر تصادفی معرفی کنیم تابع جرم احتمال آنرا بدست آورید؟

5 W
4 B

$\longrightarrow n=3x$ $X=0,1,2,3$

X= تعداد مهره های سفید استخراج شده در نمونه سه تایی

$$\underset{3B}{P(X=0)}=\frac{\binom{4}{3}}{\binom{9}{3}}\quad \underset{1W,2B}{P(X=1)}=\frac{\binom{5}{1}\binom{4}{2}}{\binom{9}{3}}\quad \underset{2W,1B}{P(X=2)}=\frac{\binom{5}{2}\binom{4}{1}}{\binom{9}{3}}\quad \underset{3W,1B}{P(X=3)}=\frac{\binom{5}{3}}{\binom{9}{3}}$$

$$P=(X=x_i)=f(x)=\begin{cases}\frac{\binom{4}{3}}{\binom{9}{3}} & x1=0 \Longrightarrow P(X=0)=\frac{\binom{4}{3}}{\binom{9}{3}}\\ \frac{\binom{5}{1}\binom{4}{2}}{\binom{9}{3}} & x2=1 \Longrightarrow P(X=1)=\frac{\binom{5}{1}\binom{4}{2}}{\binom{9}{3}}\\ \frac{\binom{5}{2}\binom{4}{1}}{\binom{9}{3}} & x3=2 \Longrightarrow P(X=2)=\frac{\binom{5}{2}\binom{4}{1}}{\binom{9}{3}}\\ \frac{\binom{5}{3}}{\binom{9}{3}} & x4=3 \Longrightarrow P(X=3)=\frac{\binom{5}{3}}{\binom{9}{3}}\end{cases}$$

در جدول توزیع جرم احتمال زیر مقدار a را بدست آورید؟

X=xi	0	1	2
f(x)	$\frac{1}{4}$	a	$\frac{1}{4}$

$$\sum_{\forall i} P_i = 1 \Longrightarrow \frac{1}{4} + a + \frac{1}{4} = 1 \Longrightarrow a = \frac{1}{2}$$

X=xi	1	2	3
f(x)	a^2	2a	$\frac{2}{9}$

$$\sum_{\forall i} P_i = 1 \Longrightarrow a^2 + 2a + \frac{2}{9} = 1 \Longrightarrow a = \begin{cases} \frac{-7}{3} \\ \frac{1}{3} \end{cases}$$

$\frac{-7}{3}$ غیر قابل قبول

$\frac{1}{3}$ قابل قبول $0 \leqslant \frac{1}{3} \leqslant 1$

برای هر یک از توابع زیر مقدارC را به قسمی تعیین کنید که بتوان تابع داده شده را بعنوان تابع توزیع احتمال یک متغیر تصادفی با برد داده شده بکار برد؟

1) $f(x)=Cx$ $\quad x=1,2,3,4,5$ $\qquad 1+2+3+\ldots+n=\frac{n(n+1)}{2}$

$$\sum_{\forall i} P_i = 1 \Longrightarrow c+2c+3c+4c+5c=1 \Longrightarrow C(1+2+3+4+5)=1 \Longrightarrow C=\frac{1}{15}$$

2) $f(x)=c\binom{5}{x}$ $\quad x=0,1,2,3,4,5$

$$\sum_{\forall i} P_i = 1 \Longrightarrow C\Big[\underbrace{\binom{5}{0}+\binom{5}{1}+\binom{5}{2}+\binom{5}{3}+\binom{5}{4}+\binom{5}{5}}\Big]=1 \Longrightarrow C2^5=1 \Longrightarrow C=\frac{1}{32}$$

برابر تعداد زیر مجموعه های
یک مجموعه 5 عضوی

3) $f(x)=C\left(\frac{1}{4}\right)^x$ $\quad x=1,2,3,4,\ldots..,n$

$$\sum_{\forall i} P_i = 1 \Longrightarrow C\left[\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^3+\left(\frac{1}{4}\right)^4+\ldots\ldots\right]=1$$

$$S_\infty=\frac{a1}{1-q} \quad q<1$$

$$q=\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{\frac{1}{4}}=\frac{1}{4} \Longrightarrow S_\infty=\frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{1}{3}$$

$$\Longrightarrow C\,\frac{1}{3}=1 \Longrightarrow C=3$$

تعریف امید ریاضی:(میانگین)

اگر x1 متغیر تصادفی گسسته با جرم احتمال f(x)باشد،در اینصورت امید ریاضی X به صورت زیر محاسبه میگردد.

$$\boxed{E[X]=\sum_{\forall xi} xi.f(x)}$$

در پالتی 12 قطعه سالم و 2 قطعه معیوب وجود دارد ،نمونه 3 تایی از قطعات این پالت انتخاب و بازرسی میشود اگر X تعداد قطعات معیوب در نمونه سه تایی باشد،امید ریاضی قطعات معیوب را بدست آورید؟

X= تعداد قطعات معیوب در نمونه سه تایی $\qquad$ X=0,1,2

سالم 12
معیوب 2

$$\longrightarrow n=3 \quad P(X=x)=\frac{\binom{2}{x}\binom{12}{3-x}}{\binom{14}{3}} \Longrightarrow$$

فرمول کلی
جرم احتمال

$$E[X]= 0\times\frac{\binom{2}{0}\binom{12}{3}}{\binom{14}{3}} \quad 1\times\frac{\binom{2}{1}\binom{12}{2}}{\binom{14}{3}} \quad 2\times\frac{\binom{2}{2}\binom{12}{1}}{\binom{14}{3}}=\frac{39}{91}$$

بازیگری سه سکه سالم را پرتاب میکند،اگر هر سه شیر آید هشت دلار و اگر 2 شیر آید سه دلار و اگر فقط یک شیر آید یک دلار برنده میشود،اگر سکه ها همگن باشند ودر یکبار پرتاب سه سکه هیچ سکه ای شیر نیاید او چقدر باید بپردازد تا بازی عادلانه باشد؟

چون کسی نباید ضرر کند پس امید ریاضی باید صفر باشد E[X]=0

+ = دریافت

- = پرداخت

X=xi	8$	+ 3$	+ 1$	- x
f(x)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

$$E[X]=8\times\frac{1}{8}+3\times\frac{3}{8}+1\times\frac{3}{8}-x\times\frac{1}{8}=0 \Longrightarrow \frac{1}{8}[8+9+3-x]=0$$

$$\Longrightarrow 8+9+3-x=0 \Longrightarrow x=20$$

جعبه ای شامل 5 مهره قرمز و 5 مهره آبی میباشد،2 مهره به تصادف خارج میکنیم،اگر مهره ها از یک رنگ باشند آنگاه 1.1$ جایزه میگیریم و اگر از رنگهای متفاوت باشند 1$ جریمه میشویم، آیا این بازی عادلانه میباشد؟

آبی 5
قرمز 5

$\longrightarrow n=2$

آبی $\qquad$ قرمز

$$E[X]=1.1\times\frac{\binom{5}{2}}{\binom{10}{2}}+1.1\,\frac{\binom{5}{2}}{\binom{10}{2}}-1\,\frac{\binom{5}{1}\binom{5}{1}}{\binom{10}{2}}=\frac{-1}{15}$$

عادلانه نیست

امید ریاضی ویژه:(واریانس)

میزان انحراف ازمیانگین به توان 2 را واریانس گویند.

$$\boxed{\begin{array}{c} Var(x)=E[X^2]-(E[X])^2 \\ Var(x)=E[X-E[X]]^2 \end{array}}$$

واریانس همیشه مثبت است $Var(x) \geqslant 0$

در کیسه ای 5 مهره با شماره های 1،1،2،3،4وجود دارد 2 مهره به تصادف خارج میکنیم اگر X نشان دهنده بزرگترین عدد روی این دو مهره باشد مطلوب است واریانس X ؟

خود مهره 2 $\quad$ خود مهره 3 $\quad$ خود مهره 4

X=xi	1	2	3	4
f(x)	$\frac{\binom{2}{2}}{\binom{5}{2}}$	$\frac{\binom{2}{1}\binom{1}{1}}{\binom{5}{2}}$	$\frac{\binom{3}{1}\binom{1}{1}}{\binom{5}{2}}$	$\frac{\binom{4}{1}\binom{1}{1}}{\binom{5}{2}}$
	0.1	0.2	0.3	0.4

$$E[X]=(1*0.1)+(2*0.2)+(3*0.3)+(4*0.4)=3$$

$$E[X^2]=(1^2*0.1)+(2^2*0.2)+(3^2*0.3)+(4^2*0.4)=10$$

$$Var(x)=E[X^2]-(E[X])^2=10-9=1$$

ازبین اعداد 1 تا 9 چهار عدد بطور تصادفی و با هم انتخاب میکنیم فرض کنیم متغیر تصادفی Xعددی باشد از کوچکترین عدد بزرگتر و از 2 تای دیگر کوچکتر ، در اینصورت مطلوب است P(X=4) ؟

X: ازکوچکترین عدد بزرگتر واز دو تای دیگر کوچکتر باشد

x=1,2,3,4,5,6,7,8,9

$$X1,\underbrace{X2},X3,X4$$

$$\downarrow$$

$$\underbrace{1,2,3},4,\underbrace{5,6,7,8,9}$$

$$\binom{3}{1}\binom{1}{1}\;\binom{5}{2}$$

$$P(X=4)=\frac{\binom{3}{1}\binom{1}{1}\binom{5}{2}}{\binom{9}{4}}$$

احتمال زیر را محاسبه کنید؟

$$f(X)=\begin{cases} C3^{-x} & x=1,2,3,........ \\ 0 & \text{Otherwise}\end{cases} \qquad P\{|x|\leqslant 2\}=?$$

$$\sum_{\forall i} xi=1 \Longrightarrow \sum_{x=1}^{\infty} C3^{-x}=1 \Rightarrow C\sum_{x=1}^{\infty}\frac{1}{3^{x}}=1 \Rightarrow C\sum_{x=1}^{\infty}\left(\frac{1}{3}\right)^{x}=1$$

$$\Rightarrow C\left[\frac{1}{3}+\left(\frac{1}{3}\right)^{2}+\left(\frac{1}{3}\right)^{3}+.....\right]=1 \qquad S_{\infty}=\frac{a1}{1-q}=C\left[\frac{\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}}\right]=1$$

$$\Rightarrow C\left(\frac{1}{2}\right)=1 \Rightarrow C=2$$

$$P\{|x|<2\}=P\{-2\leqslant x\leqslant 2\} \Rightarrow P(X=-2)+P(X=-1)+P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)$$

$$0 + 0 + 0 + \frac{2}{3} + \frac{2}{9}$$

$P(X=-2)=0$

$P(X=-1)=0$

$P(X=0)=0$

$P(X=1)=0 \Rightarrow 2*3^{-x}=2*3^{-1}=\frac{2}{3}$

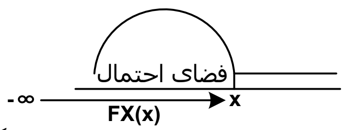
$P(X=2)=0 \Rightarrow 2*3^{-x}=2*3^{-2}=\frac{2}{9}$

$$\Longrightarrow P\{|x|<2\}=\frac{2}{3}+\frac{2}{9}=\frac{8}{9}$$

تابع توزیع تجمعی:

اگرX یک متغیر تصادفی باشد عبارت زیر را تابع توزیع تجمعی متغیر x مینامند.

$$FX(x)=P\{X\leqslant x\}=\sum_{-\infty}^{x} f(x)$$
$x=n$



مثال:فرض کنیم که3 سکه را پرتاب میکنیم اگر متغیر تصادفی x تعداد شیرها را بشمارد تابع توزیع تجمعی متغیر تصادفی xرا بدست آورید؟

$X=0,1,2,3 \qquad FX(x)=P\{X\leqslant x\}$

جرم احتمال
$$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{8} & X=0 \\ \frac{3}{8} & X=1 \\ \frac{3}{8} & X=2 \\ \frac{1}{8} & X=3 \\ 0 & \text{otherwise}\end{cases}$$

$$FX(0)=P\{x\leqslant 0\}=\sum_{-\infty}^{0} f(x)=\underset{0}{f(-\infty)}+\underset{0}{f(-\infty+1)}+....+\underset{0}{f(-1)}+\underset{\frac{1}{8}}{f(0)}$$

$$FX(0)=P\{x\leqslant 1\}=\sum_{-\infty}^{1} f(x)=\underset{0}{f(-\infty)}+\underset{0}{f(-\infty+1)}+....+\underset{0}{f(-1)}+\underset{\frac{1}{8}}{f(0)}+\underset{\frac{3}{8}}{f(1)}$$

$$FX(0)=P\{x\leqslant 2\}=\sum_{-\infty}^{2} f(x)=\underset{0}{f(-\infty)}+\underset{0}{f(-\infty+1)}+....+\underset{0}{f(-1)}+\underset{\frac{1}{8}}{f(0)}+\underset{\frac{3}{8}}{f(1)}+\underset{\frac{3}{8}}{f(2)}$$

$$FX(0)=P\{x\leqslant 3\}=\sum_{-\infty}^{3} f(x)=\underset{0}{f(-\infty)}+\underset{0}{f(-\infty+1)}+....+\underset{0}{f(-1)}+\underset{\frac{1}{8}}{f(0)}+\underset{\frac{3}{8}}{f(1)}+\underset{\frac{3}{8}}{f(2)}+\underset{\frac{1}{8}}{f(3)}$$

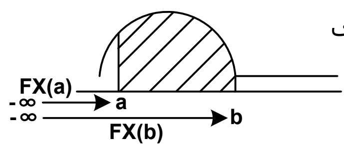
$$FX(x)=P\{X\leqslant x\}=\sum_{-\infty}^{x}=\frac{1}{8}+\frac{3}{8}+\frac{3}{8}+\frac{1}{8}=\frac{8}{8}=1$$

خواص تابع توزیع تجمعی

1) $FX(+\infty)=\sum_{-\infty}^{+\infty}=1$

2) $FX(-\infty)=\sum_{-\infty}^{-\infty}=0$

3) $P\{a\leqslant x\leqslant b\}=FX(b)-FX(a)$



چند توزیع احتمال گسسته:

1-توزیع یکنواخت:

ساده ترین توزیع گسسته توزیعی است که متغیر تصادفی مربوط به آن تمام مقادیر خود را با احتمالهای مساوی اختیار کند و تابع توزیع احتمال آن بصورت زیر میباشد.

$$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{N} & x=1,2,3,......,N \\ 0 & \text{Otherwise}\end{cases}$$

امید ریاضی $E[x]=\frac{1+N}{2}$

واریانس $Var(x)=E[X^{2}]-(E[x])^{2}$

مثال :اگر متغییر تصادفی x را در پرتاب تاس عدد ظاهر شده تعریف کنیم تابع جرم احتمال آن بصورت زیر میباشد.

$$f(x)=\begin{cases} \frac{1}{6} & x=1,2,3,4,5,6 \\ 0 & \text{Otherwise}\end{cases} \qquad E[x]=\frac{1+6}{2}=\frac{7}{2}$$

$$Var(x)=E[X^{2}]-(E[x])^{2}\begin{cases} E[x^{2}]=1^{2}\frac{1}{6}+2^{2}\frac{1}{6}+3^{2}\frac{1}{6}+4^{2}\frac{1}{6}+5^{2}\frac{1}{6}+6^{2}\frac{1}{6}=\frac{91}{6} \\ (E[x])^{2}=\frac{49}{4}\end{cases}$$

$$Var(x)=E[X^{2}]-(E[x])^{2}=\frac{91}{6}-\frac{49}{4}=\frac{35}{12}$$

2-توزیع برنولی:

آزمایشی که تنها دارای 2 نتیجه متمایز باشد آزمایش برنولی گویند،این نتایج را موفقیت یا شکست مینامیم و احتمال موفقیت را P و احتمال شکست را با q نمایش میدهیم.

$$f(x)=\begin{cases} P^{x}(1-P)^{1-x} & X=1,0 \quad (x=1=p,x=0=q) \\ 0 & \text{Otherwise}\end{cases} \qquad \begin{matrix} p+q=1 \\ q=1-p\end{matrix}$$

$E[x]=p \qquad Var(x)=pq$

X=1 پیروزی   X=0 شکست $E[x]=1*p+0*q=p$

$$Var(x)=E[X^{2}]-(E[x])^{2}\begin{cases} E[x^{2}]=1^{2}p+0^{2}q=p \\ (E[x])^{2}=p^{2}\end{cases} \Longrightarrow Var(x)=p-p^{2}=p(1-p)=pq$$

مثال:سکه ای طوری طراحی شده است که احتمال آمدن شیر 2 برابر احتمال آمدن خط میباشد،اگر X نشان دهنده تعداد شیر در یک آزمایش باشد میانگین و واریانس متغییر تصادفی x را بدست آورید؟

چون یا شیر می آید(پیروزی) یا خط(شکست) آزمایش برنولی است.

$$\begin{cases} p=2q \\ p+q=1\end{cases} \Longrightarrow 2q+q=1 \Longrightarrow \begin{cases} q=\frac{1}{3} \\ p=\frac{2}{3}\end{cases} \qquad \begin{matrix} E[x]=p=\frac{2}{3} \\ Var(x)=pq=\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}\end{matrix}$$

3-توزیع دوجمله ای:

اگر آزمایش برنولی را n بار بطور مستقل تکرار کنیم و X را برابر تعداد پیروزیها تعریف کنیم آنگاه توزیع احتمال X بصورت زیر می باشد.

$X=0,1,2,.....n$

n= تعداد آزمایشات

k= تعداد موفقیتها

p= احتمال پیروزی یا موفقیت

$E[x]=np$

$Var(x)=npq$

$P(X=K)=\binom{n}{k}p^{k}q^{n-k}$

مثال:تاسی را 5 بار می اندازیم احتمال اینکه دو بار وجه 6 ظاهر شود چقدر است؟

$p=\frac{1}{6}$

$q=\frac{5}{6}$

$$P(X=2)=\binom{5}{2}\left(\frac{1}{6}\right)^{2}\left(\frac{5}{6}\right)^{3}\simeq 0.15$$

احتمال درمان بیماری با دارویی خاص برابر 0.8 است احتمال اینکه از 4 بیماری که این دارو رامصرف میکنند 3 نفر درمان شوند چه مقدار می باشد؟

$p=0.8$

$q=0.2$

$$P(X=3)=\binom{4}{3}(0.8)^3(0.2)^1\simeq 0.41$$

خانواده ای دارای 5 فرزند می باشد مطلوب است احتمال اینکه 1- حداقل 2 فرزند پسر داشته باشند؟2-حداکثر دو فرزند پسر داشته باشند؟

$p=\frac{1}{2}\qquad q=\frac{1}{2}$

$$P(x\geqslant 2)=P(x=2)+P(x=3)+P(x=4)+P(x=5)$$

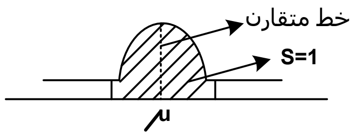
1) $$P(x\geqslant 2)=\binom{5}{2}\left(\tfrac{1}{2}\right)^2\left(\tfrac{1}{2}\right)^3+\binom{5}{3}\left(\tfrac{1}{2}\right)^3\left(\tfrac{1}{2}\right)^2+\binom{5}{4}\left(\tfrac{1}{2}\right)^4\left(\tfrac{1}{2}\right)^1+\binom{5}{5}\left(\tfrac{1}{2}\right)^5\left(\tfrac{1}{2}\right)^0$$

1) $$P(x\leqslant 2)=P(x=0)+P(x=1)+P(x=2)$$

توزیع پیوسته:

توزیع نرمال:

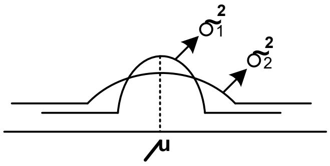
مهمترین توزیع پیوسته در آمار و احتمال توزیع نرمال می باشد نمودار این توزیع بصورت زنگوله متقارن نسبت به میانگین می باشد،اغلب متغیر های تصادفی پیوسته در طبیعت و صنعت دارای نمودار توزیع نرمال می باشند.



میانگین = μ

واریانس = σ^2

انحراف معیار = σ



$\sigma_1^2 \leqslant \sigma_2^2$

$P(x\leqslant\mu)=0.5$

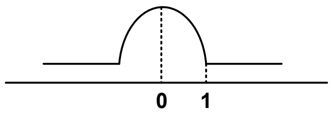
$P(x>\mu)=0.5$

$X\sim N(\mu,\sigma^2)$

توزیع نرمال

متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین μ و واریانس σ^2

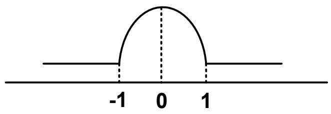
$$X\sim N(\mu,\sigma^2)$$



$Z\sim N(0\ ,\ 1)$
نمونه توزیع نرمال استاندارد

$Z=\frac{X-\mu}{\sigma}$
تبدیل توزیع نرمال غیر استاندارد به استاندارد

متغیر تصادفی Z دارای توزیع نرمال استاندارد با میانگین **0** و انحراف معیار **1**



$P(Z\leqslant 1)=0.8413$ از منفی بینهایت تا 1

$P(Z\leqslant -1)=0.1587$ از منفی بینهایت تا -1

$$P(-1\leqslant Z\leqslant 1)=P(Z\leqslant 1)-P(Z\leqslant -1)=0.8413-0.1587$$

فرض کنیم $X\sim N(10,4)$ احتمال اینکه x بین 11 و 13.6 باشد چه مقدار است؟

متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین **10** و واریانس **4**

$$P(11<X\leqslant 13.6)=P\left(\frac{11-10}{2}<Z\leqslant\frac{13.6-10}{2}\right)\Longrightarrow P(0.5<Z\leqslant 1.8)$$

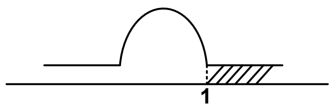
$$P(Z\leqslant 1.8)-P(Z\leqslant 0.5)=0.9641-0.6915$$

تحقیقات نشان داده است مسافتی که یک نوع اتوموبیل با مصرف کردن 10 لیتر بنزین طی میکند توزیع با میانگین 25.5 کیلومتر و انحراف معیار 4.5کیلومتر می باشد،چه درصدی از این نوع اتوموبیلها با مصرف کردن 10 لیتر بنزین مسافتی بیشتر از 30 کیلومتر را طی می کنند.؟

$$X\sim N(25.5,[4.5]^2)$$

$$P(X\geqslant 30)\xRightarrow{X\rightarrow Z}P\left(Z\geqslant\frac{30-25.5}{4.5}\right)\Rightarrow P(Z\geqslant 1)$$

$$=1-P(Z<1)=1-0.8413\simeq 0.15$$



مقدار احتمالات زیر را بدست آورید؟بشرط $X\sim N(\mu,\sigma^2)$

$$P(|X-\mu|\leqslant 3\sigma^2)=P(-3\sigma\leqslant X-\mu\leqslant 3\sigma)=P\left(\frac{-3\sigma}{\sigma}\leqslant\frac{X-\mu}{\sigma}\quad\frac{3\sigma}{\sigma}\right)$$

$$=P(-3\leqslant Z\leqslant 3)=P(Z\leqslant 3)-P(Z\leqslant -3)=0.9987-0.0013\simeq 0.98$$

زمان لازم برای تعمیر یک ماشین بسته بندی در یک عملیات پیچیده تهیه مواد غذایی X دقیقه است ،مطالعه نشان میدهد که فرض توزیع نرمال با میانگین 120 دقیقه و واریانس 16 دقیقه برای X مناسب میباشد،اگر فرایند بیش از 125 دقیقه متوقف بماند غذای موجود در فرایند فاسد شده و از بین میرود و تمام تجهیزات میبایست تمیز شود هزینه غذای از بین رفته و تمیز کاری مربوط به توقف طولانی 10000 واحد پولی میباشد ،مدیریت میتواند با افزودن تعمیرکاران بیشتر میانگین زمان تعمیر ماشین را به 115دقیقه با هزینه 8000واحد پولی کاهش دهد آیا به نظر شما این تصمیم مقرون به صرفه است؟

$X\sim N(\mu,\sigma^2)$ زمان تعمیر ماشین $X\sim N(120,16)$

$$P(X>125)\Longrightarrow P\left(\frac{X-120}{4}>\frac{125-120}{4}\right)=P(Z>1.25)$$ در چند درصد موارد زمان تعمیر ماشین بیشتر از 125دقیقه طول میکشد؟

$$P(Z>1.25)=1-P(Z<1.25)=1-0.8944=0.1056\cong 0.11$$

$C1=0.11*10000=1100$ واحد پولی هزینه ای که بطور متوسط به شرکت تحمیل میشود

$$X\sim N(115,16)$$

$$P(X>125)\Longrightarrow P\left(\frac{X-115}{4}>\frac{125-115}{4}\right)=P(Z>2.5)$$

$P(Z>2.5)=1-P(Z<2.5)=1-0.9938=0.0062$ در 10000بار 62 بار هزینه تعمیر بیشتر از125دقیقه باشد.

$C2=0.0062*10000+8000=8062$

$C2>C1,8062>1100$ مقرون به صرفه نمیباشد.

$C2>C1$

$62+x<1100$

$x<1038$ واحد پولی

باید تعمیر کار با هزینه 1038واحد پولی استخدام کرد.تا مقرون به صرفه باشد.

یک بهر(بسته)حاوی25 لامپ تلویزیون مورد بازرسی به منظور پذیرش قرار میگیرد ،روش نمنه گیری بدینصورت است که 5 لامپ بصورت تصادفی و بدون جایگذاری انتخاب شده و آزمایش میشود،اگر تعداد 2 یا کمتر لامپ معیوب مشاهده شود بهر پذیرفته میشود،در غیر اینصورت رد میگردد،بهر حاوی 4 لامپ معیوب با چه احتمالی پذیرفته میشود؟

$P\{X \leqslant 2\}=P\{X=0\}+P\{X=1\}+P\{X=2\}$

تعداد لامپ های معیوب :X

$$\frac{\binom{4}{0}\binom{21}{5}}{\binom{25}{5}}+\frac{\binom{4}{1}\binom{21}{4}}{\binom{25}{5}}+\frac{\binom{4}{2}\binom{21}{3}}{\binom{25}{5}}$$

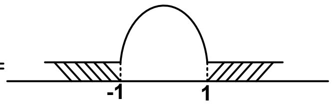
یک واحد تولید ،قطعاتی با میانگین 20mm و انحراف استاندارد(معیار) 2mm تولید میکند،تمام قطعاتی که طول آنها در حدود مشخصات قابل قبول d ± 20 قرار نگیرند غیر قابل قبول شناخته میشوند. با فرض توزیع نرمال برای اندازه قطعات،dرابگونه ای تعیین کنید که بیشتر از 2 قطعه در هزار قطعه غیر قابل قبول شناخته نشود؟

$X \sim N(20\ ,\ 2^2)$ $\qquad$ قطعات قابل قبول $20-d<X<20+d$

دو قطعه از 1000قطعه=0.002

قطعات غیر قابل قبول $\left[\begin{array}{l} X<20-d \\ X>20+d \end{array}\right. \Longrightarrow P(X<20-d)+P(X>20+d)=0.002$

$P(Z>1)=P(Z<-1) \Longleftarrow$



$2P(X>20+d)=0.002 \Longrightarrow P(X>20+d)=0.001$

$P(\frac{X-20}{2} > \frac{20+d-20}{2})=0.001 \Longrightarrow P(Z>\frac{d}{2})=0.001$

$1-P(Z<\frac{d}{2})=1-0.001=0.999 \Longrightarrow P(Z<3.1)=0.999$

استخراج ازجدول

$\frac{d}{2}=3.1 \Longrightarrow d=6.1$

نمونه سوال

- سه تاس پرتاب میشوداحتمال اینکه دقیقا دو تاس عددی مخالف تاس سوم را نشان دهد چقدر است؟

$\boxed{6}\ \boxed{6}\ \boxed{6}\ \ 6*6*6=216$ فضای نمونه ای

$\boxed{5}\ \boxed{5}\ \boxed{6}\ \ 5*5*6=150 \qquad P(A)=\frac{150}{216}$

-احتمال برنده شدن در یک بازی با تاس برابر P است شخص A بازی را شروع کرده و اگر بازنده شودتاس را به شخص B خواهد داد،شخص B هم پس از پرتاب در صورت بازنده شدن تاس را به شخص A برمیگرداند و این کار ادامه خواهد یافت تا یک نفر برنده شود،احتمال برنده شدن هر کدام از اشخاص A,B چقدر است؟

$P(A)= P+(1-P)(1-P)P+(1-P)^4P+(1-P)^6P+.......$

$P(A)= P+(1-P)^2P+(1-P)^4P+(1-P)^6P+.......$

$a1=P,\ q=(1-P)^2 \Longrightarrow \frac{P}{1-(1-P)^2} = \frac{1}{2-P}$

-در یک امتحان تستی سه جوابی که پنج سئوال مطرح شده است احتمال اینکه یک دانشجو فقط با حدس زدن به چهار سئوال یا بیشتر پاسخ صحیح بدهد چقدر است؟

n=5

K=x = پاسخ صحیح دادن

$P=\frac{1}{3} \quad q=\frac{2}{3} \qquad P\{X \geqslant 4\}=P\{X=4\}+P\{X=5\}$

$$P\{X \geqslant 4\}= \binom{5}{4}(\frac{1}{3})^4(\frac{2}{3})^1+\binom{5}{5}(\frac{1}{3})^5(\frac{2}{3})^0$$

-اگر متغییر تصادفی X دارای توزیع احتمال زیر باشد.E[x] وvar(x) را محاسبه کنید؟

$P(1)=\frac{1}{2} \quad P(2)=\frac{1}{3} \quad P(24)=\frac{1}{6}$

$E[X]=1*\frac{1}{2}+2*\frac{1}{3}+24*\frac{1}{6} = \frac{31}{6}$

$E[X^2]=1^2*\frac{1}{2}+2^2*\frac{1}{3}+24^2*\frac{1}{6} = A$

$Var(x)=E[X^2]-(E[X])^2= A-(\frac{31}{6})^2$

-پیچهای تولید شده توسط یک کارخانه با احتمال 0.01 معیوب می باشد ،شرکت پیچها را در بسته های 10 تایی به فروش میرساند ،شرکت تضمین نوده است که حداکثر 1 پیچ از 10 پیچ در هر جعبه خراب است در غیر اینصورت جعبه را پس گرفته و پول آنرا به مشتری پس میدهد چه در صدی از جعبه ها را شرکت میبایست پس بگیرد؟

n=10

P=0.01 $\qquad$ P(رد شدن بسته)= $P(X \geqslant 2)$

q=0.99

$$P(X \geqslant 2)=\binom{10}{2}(.01)^2(.99)^8+\binom{10}{3}(.01)^3(.99)^7+\ \cdots\cdots\ +\binom{10}{10}(.01)^{10}(.99)^0$$

-یک رئیس یک خزانه دار و یک منشی که افراد متفاوتی هستند را از یک مجموعه 10 نفری انتخاب میکنند ،این عمل به چند طریق امکان پذیر است اگر الف)هیچ محدودیتی در کار نباشد ب)A,B با هم انتخاب شوند ج) D,C با هم انتخاب شوند یا هیچکدام انتخاب نشوند د)E حتما انتخاب شود ه)F در صورتیکه رئیس باشد انتخاب شود؟

الف) $\binom{10}{3}*3!$

ب) $[\binom{2}{0}\binom{8}{3}+\binom{2}{1}\binom{8}{2}]*3!$

ج) $[\binom{2}{2}\binom{8}{1}+\binom{2}{0}\binom{8}{3}]*3!$

د) $\binom{1}{1}\binom{9}{2}*3!$

ه) $\binom{1}{1}\binom{9}{2}*2!+\binom{1}{0}\binom{9}{3}*3!$

-فرض کنید که X یک متغییر تصادفی نرمال با میانگین 5 است اگر P(X>9)=0.2 باشد مقدار Var(x) را محاسبه کنید.؟

$X\sim N(5, \sigma^2)$

$P(X>9)=0.2 \Longrightarrow P(Z>\frac{X-\mu}{\sigma}) \Longrightarrow P(Z>\frac{9-5}{\sigma})=0.2$

$P(Z>\frac{4}{\sigma})=0.2 \Longrightarrow 1-P(Z>\frac{4}{\sigma})=0.2$

$P(Z<\frac{4}{\sigma})=0.85 \Longrightarrow \frac{4}{\sigma}=0.85 \Longrightarrow \sigma^2=(\frac{4}{0.85})^2$

-به چند طریق میتوان 8 نفر را در یک ردیف نشاند اگر الف) هیچ محدودیتی در نشستن آنها وجود نداشته باشد ب)فرد A و فرد B باید پهلوی هم بنشینند ج)4 مرد و 4 زن باشند و هیچ دو مرد و یا دو زنی نتوانند پهلوی هم بنشینند د)5 مرد باشند و باید پهلوی هم بنشینند ه)4 زوج باشند و باید هر زوج پهلوی هم بنشینند؟